Atractor

No âmbito de uma colaboração acordada entre a Gazeta e o Atractor, este é um espaço da responsabilidade do Atractor, relacionado com conteúdos interactivos do seu site (www.atractor.pt). Quaisquer reacções ou sugestões serão bem-vindas para atractor@atractor.pt.

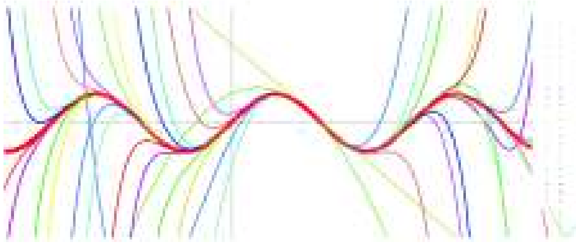
webMathematica no Atractor

"Embora valorizemos o método de exposição baseado em teorema-demonstração e não nos afastemos da opinião consagrada de que um resultado só pode tornar-se parte do conhecimento matemático se apoiado por uma demonstração lógica, consideramos anómalo que uma componente importante do processo de criação matemática seja escondida da discussão pública."

David Epstein, Silvio Levy e Rafael de la Llave, em *Experimental Mathematics*

O Atractor tem instalado no seu *site*, desde Julho de 2007, o *webMathematica*, que permite disponibilizar um conjunto de conteúdos interactivos poderosos e diversificados, com grande potencial de uso didáctico. Isto é conseguido porque as páginas do *site* podem comunicar com o *Mathematica*, instalado no servidor do Atractor, tendo assim acesso ao poder de cálculo simbólico e numérico desse *software*.

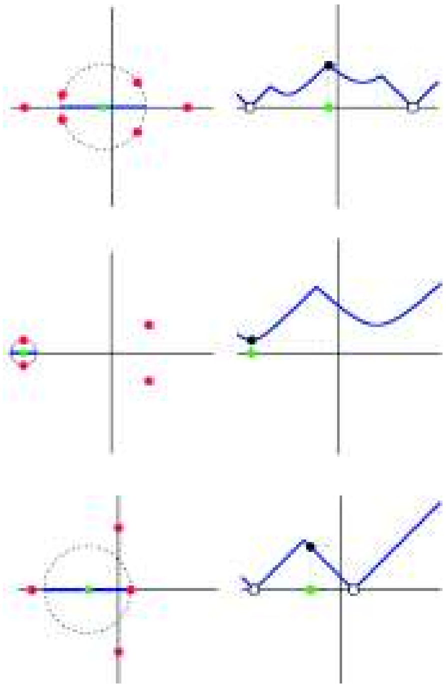
Por exemplo, o utilizador pode, sem precisar de instalar no seu computador qualquer programa específico, obter os gráficos dos polinómios de Taylor de uma função à escolha, num ponto qualquer do domínio [1]. Ou pode produzir um *applet* [2], em vez de ter um gráfico fixo, e guardar esse *applet* para depois o utilizar, sem necessidade de ligação à *Internet*. Ao arrastar o ponto, observar-se-á em tempo real como variam os gráficos dos polinómios de Taylor no ponto. Outro exemplo: pode criar numerosos *applets* [3] - obtidos truncando poliedros platónicos, ou encolhendo, estrelando, reentrando, esburacando as suas faces, ou compondo estas diversas operações - e utilizar depois esses *applets*, criando uma página no seu *site*. Esses *applets* podem representar pares estereoscópicos.



Gráficos de polinómios de Taylor da função seno.

Pares estereoscópicos.

Vejamos com algum detalhe um exemplo que foca um aspecto porventura menos divulgado: o do raio de convergência da série de Taylor de uma função f real de variável real, definida pelo quociente de dois polinómios P e Q (que podemos supor sem zeros comuns), sendo Q não constante. Neste caso, o domínio de f só não contém os eventuais zeros reais de Q e é sabido que: i) para cada ponto a do domínio de f, o conjunto de todos os pontos onde a chamada *série de Taylor de f em a* é convergente é um intervalo limitado I_a centrado em a (intervalo aberto, fechado ou semi-aberto); e ii) nesse intervalo, a soma da série coincide com f. Uma pergunta natural é: como depende de a a

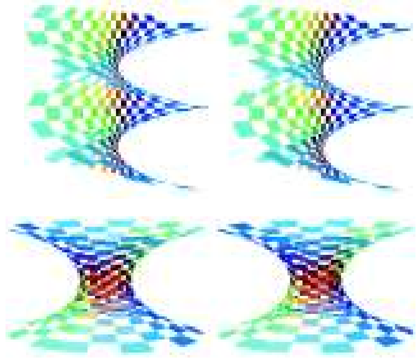


Raio de convergência: gráfico de *F*.

semi-amplitude desse intervalo? A resposta é simples de deduzir se forem conhecidos os resultados elementares sobre as séries de Taylor no plano complexo. E essa resposta simples é a seguinte: i) a semi-amplitude de I_a é uma função contínua de a e o gráfico dessa função *F* é uma reunião finita de arcos de hipérbole, segmentos de recta e semi-rectas (podendo estar representadas só uma ou duas destas três categorias); ii) os (eventuais) «bocados» rectilíneos fazem um ângulo de 45º com o eixo dos *xx* e estão agrupados dois a dois, da forma que as figuras ilustram (as hipérboles têm também assímptotas com igual inclinação). As figuras ao lado foram obtidas em [4], que é uma espécie de *laboratório experimental*, no qual poderá testar este comportamento com uma função *f* à escolha e descobrir o aspecto do gráfico da função *F* correspondente (ou, melhor ainda, começar por conjecturar esse aspecto e verificar *experimentalmente* a correcção da conjectura). O gráfico é, na verdade, um *applet* animado, que se pode parar com duplo clique, arrastando depois lentamente o ponto para uma melhor compreensão do que se passa: o valor de *F* em a é o raio do maior círculo centrado em a que não contém no seu interior nenhum zero de Q. Conforme os zeros que estão no bordo são reais ou complexos, assim temos no gráfico partes rectilíneas ou arcos de hipérbole.

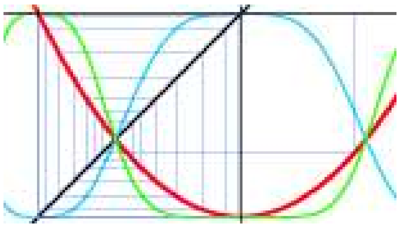
Seguem-se breves referências a mais alguns exemplos:

• em [5] pode-se observar deformações de famílias de superfícies (à escolha), um dos exemplos pré-definidos sendo uma deformação entre a helicóide e a catenóide;



Deformações de famílias de superfícies.

• em [6] vê-se o comportamento dinâmico dos iterados de um ponto variável por uma função à escolha, mostrando simultaneamente os gráficos de algumas iteradas dessa função;



Comportamento dinâmico.

• em [7] pode-se fazer *zooms* do gráfico de funções à escolha, permitindo comparar a derivabilidade num ponto com o carácter aproximadamente rectilíneo do gráfico de um *zoom* suficientemente forte no ponto correspondente do gráfico.

• em [8] há possibilidade de comparar gráficos de até seis funções, $F_1, ..., F_6$, com grande versatilidade na escolha dessas funções. Com escolhas adequadas de F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, pode-se comparar o gráfico de qualquer F_1 com os dos seus primeiros restos ou polinómios de Taylor num ponto variável, etc. M

O endereço geral do webMathematica é http://www.atractor.pt/webM/wm/
Os endereços referenciados no texto obtêm-se acrescentando a este endereço geral os seguintes complementos:

[1] taylor/poltaylor.jsp	[3] poliedros/poliedros.jsp	[5] superficie/familiaSup1.jsp	[7] funcoes/zoom.jsp
[2] taylor/poltaylor2.jsp	[4] taylor/intconv.jsp	[6] funcoes/iterarApplet.jsp	[8] funcoes/funcoes2.jsp