

Mathina, aprendendo matemática enquanto lê e joga

ASSOCIAÇÃO ATRACTOR

O Atractor foi um dos parceiros¹ de um projeto ERASMUS+ intitulado *Mathina*, cujos conteúdos foram recentemente disponibilizados, estando agora acessíveis a partir de: <https://www.mathina.eu/pt>

O *Mathina* pode ser usado por pais e respetivos filhos para, juntos, aprenderem de um modo lúdico, ou por professores como uma ferramenta didática, ou ainda diretamente por jovens desejosos de aprender mais matemática. Os materiais elaborados centram-se nas temáticas da Criptografia, Lógica, Simetria e Visualização Geométrica e, para cada uma destas áreas, são contempladas quatro faixas etárias: 4-6 anos, 7-10 anos, 11-14 anos e 15-19+ anos.



Figura 1

De entre as ferramentas educacionais desenvolvidas e implementadas no projeto, destacam-se dois repositórios² – um dirigido aos *alunos e seus pais*³, outro aos *educadores*⁴ – e um *manual para os educadores*⁵.

No que diz respeito ao primeiro repositório, todos os conteúdos são apresentados sob a forma de contos matemáticos. Não se trata, no entanto, de meras histórias *estáticas*: elas são acompanhadas por numerosas *apps* (mais de 60) e diverso material ilustrativo, incluindo imagens, filmes e animações. Nestas histórias, a personagem principal – Mathina – viaja, muitas vezes na companhia do seu irmão Leo, por 4 mundos

¹O projeto envolveu as seguintes instituições europeias: Associação Atractor (PT), Bragi Vizualne Komunikacije (SI), Curvilinea Società Cooperativa (IT), Experience Workshop (FI) e, como coordenador, o Imaginary (DE).

²Para maior comodidade, neste artigo são facultados links diretos para os conteúdos dos repositórios, links esses mencionados como *provisórios*. O motivo para esta referência deve-se ao facto de estar a ser contemplada a migração dos repositórios de *mathina-hub.netlify.app* para um novo endereço. Contudo, note que todos os conteúdos serão sempre acessíveis da página principal do projeto: [mathina.eu/pt](https://www.mathina.eu/pt)

³Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/>

⁴Link provisório: <https://mathina-edu.netlify.app/pt/>

⁵https://www.mathina.eu/documents/handbook_mathina_por.pdf

diferentes: 1) a cidade Logi que, como o nome indica, é dedicada à lógica, 2) a ilha do Corsário, dedicada à criptografia, 3) a terra dos pássaros de fogo, dedicada à geometria, com destaque para a visualização geométrica e 4) a feira da simetria. O repositório inclui um *link*⁶ direto para todas as *apps* elaboradas no projeto.

O objetivo primordial deste artigo é guiar o leitor por alguns conteúdos selecionados do repositório dos alunos: serão apresentadas 4 histórias por forma a cobrir todas as temáticas e faixas etárias contempladas no projeto. Antes de iniciarmos, comecemos por salientar que o *Mathina* se dirige ao ensino formal e não-formal da matemática, indo, em alguns casos, além do nível de conhecimento e das áreas habitualmente trabalhadas no ensino. Todos os conteúdos são acessíveis não só a partir do computador pessoal, mas também de *tablets* e *smartphones*.

Para acedermos aos materiais, devemos entrar na página frontal do projeto⁷, clicar em *Descubra as aventuras da Mathina* e depois em *Comece a explorar*:



Figura 2

Passemos a um exemplo ilustrado. Escolhendo o ícon 11+ (i.e. jovens da faixa-etária dos 11-14) na secção *Feira da Simetria*, acedemos à história *Carimbando padrões*⁸, que se enquadra em temas lecionados no 8.º ano, nomeadamente a resolução de problemas envolvendo figuras com simetrias de translação, rotação, reflexão axial e reflexão deslizando.

Embora sejam abordados na história outros conceitos que vão um pouco mais além do currículo – nomeadamente sobre a classificação de frisos e métodos diferentes para os carimbar –, eles são apresentados de uma forma lúdica e natural, enquanto os alunos leem a história, visualizam filmes e animações, e usam

⁶Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/apps>

⁷<https://www.mathina.eu/pt>

⁸Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/story/stamping-friezes>

diversos jogos contidos em *apps*. Esta abordagem permite uma ideia geométrica mais abrangente da temática.



Figura 3. App: Carimbando frisos com um rolo

Relativamente à classificação de frisos, há um resultado notável: embora possamos produzir uma enorme variedade de frisos, a nível da simetria existem apenas 7 tipos de frisos. No decurso da história, os alunos começam por distinguir os diferentes tipos de simetrias:

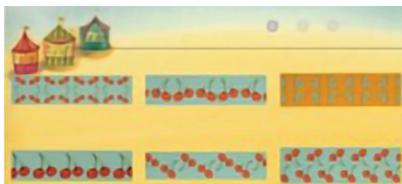


Figura 4. App: Separando os frisos com eixos de simetria

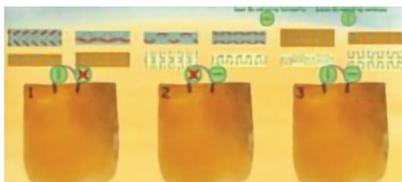


Figura 5. App: Separando os frisos com eixos de simetria em 3 sacos



Figura 6. App: Separando os frisos com simetria de rotação



Figura 7. App: Separando os frisos com simetria de reflexão deslizante

E, no final, os jovens sistematizam os seus conhecimentos, através do jogo *Rotulando os sacos*⁹, no qual são convidados a

⁹Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/story/stamping-friezes/?actionLink=tg9>

determinar todas as simetrias (translações, reflexão horizontal, reflexões verticais, rotações e reflexões deslizantes) presentes em cada um dos 7 tipos de frisos. Desta forma, chegam a uma classificação dos frisos.

Explorando agora outro assunto abordado no projeto – a visualização geométrica: *na terra dos pássaros de fogo* –, destacamos a história *A corrida da fénix*¹⁰. Embora classificada como 11+, na nossa ótica poderá também ser útil para jovens da faixa etária 15+, mais concretamente alunos do 10.º e 11.º anos. Nesta história, é necessário fornecer instruções para uma fénix alcançar o seu destino, utilizando a única linguagem compreensível para este pássaro de fogo: a matemática. E supomos que a trajetória da fénix é sempre o gráfico de uma função polinomial f .

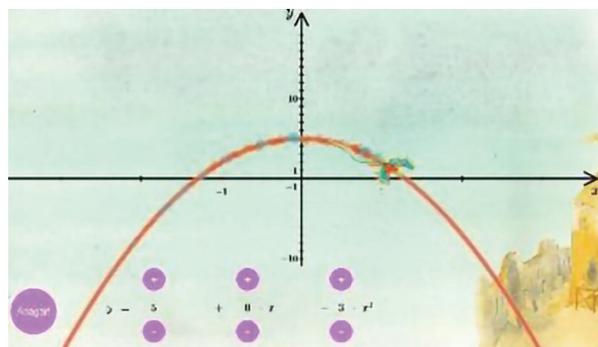


Figura 8

A primeira atividade consiste num ilustrador gráfico de funções polinomiais de grau menor ou igual a 3, no qual os jovens devem determinar os coeficientes do polinómio por forma a traçar a curva apresentada. Aqui, os alunos podem explorar os papéis dos diferentes termos (independente, primeira ordem, ...).

Numa segunda *app*, será necessário deslocar alguns pontos móveis (a laranja), por forma a que a trajetória da fénix passe por esses pontos, evitando os obstáculos apresentados: nuvens e montanhas.



Figura 9

De seguida, aborda-se um problema mais complexo: conduzir uma fénix (cega) que é apenas capaz de compreender informação sobre o quanto deve subir e descer em cada momento. Do ponto

¹⁰Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/story/the-phoenix-race>

de vista matemático, tal significa que estamos a lidar com o conceito da derivada de f .

Na terceira *app*, devemos guiar a fénix, impedindo-a de embater nos obstáculos, através do movimento de uma mão. Esta *app* é recomendada para uma primeira introdução à derivada, promovendo uma compreensão intuitiva deste conceito.

No jogo final, são apresentadas a laranja algumas *bolas de fogo* que a fénix deve apanhar. Isso é conseguido através da manipulação de 6 pontos móveis que integram a curva a roxo, correspondente ao gráfico da *derivada da função f* .

Analise uma possível resolução para o problema apresentado: uma maneira natural para apanhar as bolas, será a fénix subir até atingir a primeira bola e, depois de a recolher, descer até a segunda. Nesta resolução, estamos a impor (não é obrigatório!) que f tenha um máximo relativo para x igual à abcissa da primeira bola de fogo. Em termos da derivada de f , isso significa: valores positivos até à abcissa da primeira bola, valor 0 na abcissa da primeira bola, e valores negativos até à abcissa da segunda bola. A configuração apresentada em baixo, parece, à primeira vista, cumprir os nossos requisitos: contudo, visualmente, é difícil ter a certeza de que não estaremos a provocar uma subida (respetivamente descida) acentuada ou ténue de mais.

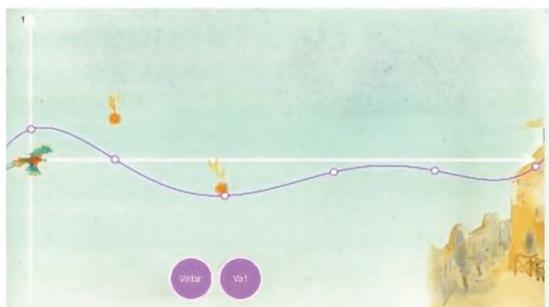


Figura 10

Clicando no botão *Vai!*, verificamos que a configuração escolhida resulta: a fénix recolhe as bolas de fogo. Note-se, contudo, que é natural não o conseguirmos à primeira vez, sendo necessário alguns pequenos ajustes até acertarmos...

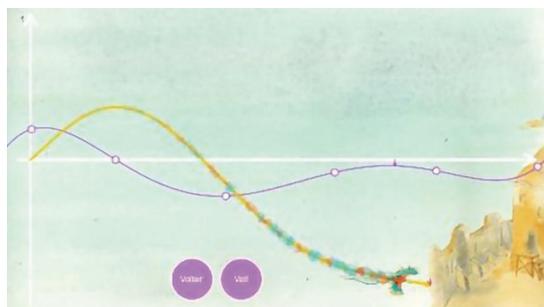


Figura 11

Tendo em consideração os currículos portugueses do ensino secundário, as *apps* referidas poderão ser ferramentas úteis no estudo das funções, em particular, na exploração de conceitos como sinal da derivada, sentido da variação da função e extremos.

Passemos agora a outra temática desenvolvida no Mathina, a *Criptografia*, e a outra faixa etária (7+). Selecionando a história *O papagaio que fala*¹¹, acedemos a um conto no qual é introduzida uma variante de um dos mais famosos métodos criptográficos da antiguidade: a cifra de César.

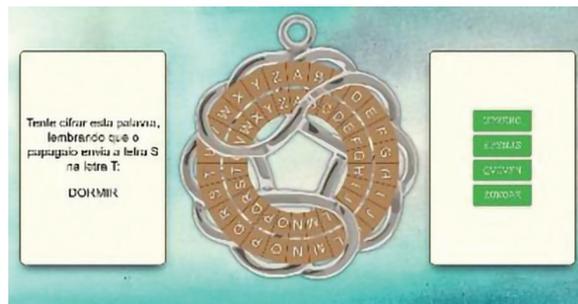


Figura 12

Na história, a Mathina apercebe-se que o papagaio da ilha do Corsário comunica através de um código: as palavras *SIM* e *NAO* são substituídas, respetivamente, por *TJN* e por *OBP*. Tal parece indiciar que cada letra é substituída pela imediatamente a seguir: *S* por *T*, *I* por *J*, ... E o que acontece à letra *Z*? Temos de recomeçar do princípio do alfabeto, pelo *A*. Por esse motivo, é conveniente representar as letras do alfabeto não numa linha, mas num círculo, como ocorre na primeira atividade proposta. Nesta *app*, devemos rodar o disco interno por forma à letra *S* ficar exatamente por cima de *T*.

O método empregue neste exemplo corresponde a dar um salto de uma letra no alfabeto. Obtemos processos análogos considerando outros valores: no caso particular de um salto de 3, i.e. quando a letra *A* é levada em *D*, encontramos a cifra de César na sua forma original: um método supostamente utilizado por Júlio César na sua correspondência.

Numa segunda *app*, a chave (isto é, neste caso, a forma como as letras são associadas) não é fornecida, devendo os jovens decifrar a mensagem atendendo ao número de palavras envolvidas e ao seu tamanho.

Embora se trate de uma história avaliada para uma faixa etária mais nova (7-10 anos), poderá ser útil também para alunos mais velhos, por abordar uma temática desconhecida para muitos dos jovens: a Criptografia. Note-se, contudo, que a história facilmente se esgota para alunos mais velhos, pelo que, neste caso, recomendamos também a exploração da história que se segue *O tesouro perdido*¹², onde o tópico é bastante mais aprofundado e são disponibilizadas múltiplas *apps*.

Focando-nos agora na temática e no grupo etário em falta: Lógica (4+), destacamos a história *O desafio do semáforo*¹³. Nesta história, a Mathina e o Leo só podem atravessar uma certa rua se forem capazes de determinar todas as sequências possíveis de

¹¹Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/story/mathina-and-the-talking-parrot>

¹²Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/story/mathina-and-the-lost-treasure>

¹³Link provisório: <https://mathina-hub.netlify.app/pt/story/the-traffic-light-challenge>

3 cores (as cores patentes nos semáforos da cidade Logi): roxo, laranja e rosa. Através de uma *app*, as crianças são convidadas a descobrir todas as ordenações destas 3 cores (roxo-laranja-rosa, roxo-rosa-laranja, ...):



Figura 13

A visita guiada ao mundo da *Mathina* apresentada até ao momento corresponde a uma versão incompleta do que podemos encontrar no repositório dos alunos e seus pais, pelo que, convidamos todos os leitores a explorarem-no por si mesmos. Convidamos ainda a experimentar os diversos materiais didáticos que acompanham estes conteúdos:

- no *repositório para os educadores*¹⁴, encontra-se uma apresentação em tudo semelhante à do repositório dos alunos, contudo, em vez de histórias, são disponibilizados textos explicativos sobre cada uma das histórias. Cada texto está subdividido em três capítulos: *Conceitos Matemáticos*, *Notas Didáticas* e *Sobre as Apps*. No último capítulo, são facultados vídeos explicativos sobre as diferentes apps: todos

¹⁴Link provisório: <https://mathina-edu.netlify.app/pt/>

os filmes foram gravados em inglês, sendo no entanto possível escolher legendas em português;

- no *manual para educadores*¹⁵, é disponibilizado, em formato pdf, materiais, explicações e recursos adicionais;
- no canal *YouTube*¹⁶, estão reunidos todos os vídeos explicativos sobre as *apps*;
- na página de *Facebook*¹⁷, partilham-se experiências e dúvidas sobre o uso dos materiais;
- na brochura (em inglês) *Mathina's world*¹⁸ apresentam-se considerações científicas e pedagógicas sobre o projeto.

Todos os conteúdos facultados para os alunos foram revistos por grupos foco. Em Portugal, tal processou-se quer através do *feedback* recebido de vários docentes que analisaram os materiais, quer através de testes realizados diretamente com alunos de duas escolas do distrito do Porto: Agrupamento de Escolas Aurélia de Sousa e Escola Secundária Dr. Joaquim Gomes Ferreira Alves.

Com o fim do projeto em maio passado, o Atractor pretende agora reforçar as ações de disseminação dos conteúdos do *Mathina*, quer através da realização de novos *workshops* em escolas (análogos aos já desenvolvidos para os grupos foco), quer através de sessões de formação de professores.

O Atractor (<https://www.atractor.pt/>) agradece *feedback* sobre os materiais por parte de todos os interessados no *Mathina*.

ASSOCIAÇÃO ATRACTOR

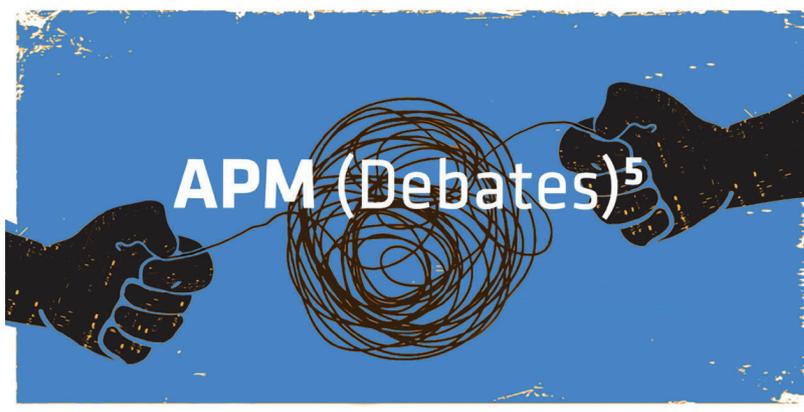
¹⁵https://www.mathina.eu/documents/handbook_mathina_por.pdf

¹⁶<https://www.youtube.com/channel/UCHQLGzygvMILa7VJARAbEMg>

¹⁷<https://www.facebook.com/Mathinaland>

¹⁸https://www.mathina.eu/documents/Booklet_Mathina.pdf?v=1584032400

APM (DEBATES)⁵



Os (Debates)⁵ continuam em 2022.

Durante este ano, debatemos temas associados às Aprendizagens Essenciais do Ensino Básico e projetos desenvolvidos no âmbito da APM.

Para ver que debates estão ainda previstos para abril e maio e também para poder (re)ver os debates passados, consulte a página da APM, www.apm.pt.