

0. Objectivo

Vamos ver como algumas situações nos jogos de futebol podem ser estudadas de um ponto de vista matemático. Para isso, vamos considerar um modelo muito simplificado do que acontece realmente num jogo a sério. Sem estas simplificações, os modelos seriam complicados demais para poderem ser aqui tratados.

Por melhor que seja um jogador, quando ele remata para colocar a bola num determinado ponto, comete em geral um erro, que depende de jogador para jogador: o erro máximo é tanto menor quanto melhor for o jogador. Tendo isso em conta, vais descobrir, entre outras coisas:

- de que pontos do campo um dado jogador pode estar certo de meter golo;
- para que ponto da baliza deve apontar; e ainda
- qual o melhor momento para rematar à baliza, numa corrida com a bola.

No fim, verás também alguma matemática da bola de futebol.

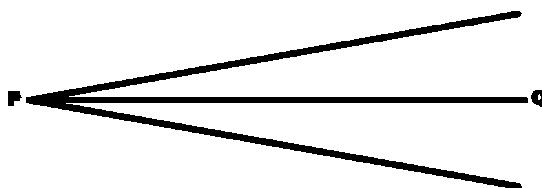
1. Erros no remate

1.1. Ângulo de erro

Quando um jogador está num ponto P e aponta a bola para um ponto Q, em geral não acerta exactamente em Q e a bola pode passar tanto mais longe de Q quanto pior for o jogador.

Como traduzir matematicamente este erro de pontaria?

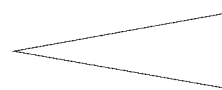
O que vamos imaginar é que a bola partirá de P seguindo uma linha que faz um certo ângulo com PQ. Na figura estão duas linhas, uma para cada lado de PQ. Elas correspondem aos piores remates possíveis de um certo jogador. Isto quer dizer que quando ele remata de P para Q a bola segue *sempre* uma linha entre aquelas duas.



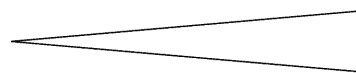
Dizemos que aquele ângulo é o *ângulo máximo de erro* para esse jogador.

Claro que o ângulo máximo de erro depende do jogador: um bom jogador tem melhor pontaria do que um jogador que não seja tão bom.

Ângulo de erro máximo total do jogador A



Ângulo de erro máximo total do jogador B



a. Qual jogador remata melhor - A ou B? (Responde na ficha ao lado)

Mais adiante, vais poder treinar a tua própria pontaria num computador.

1.2. Quando há golo certo?

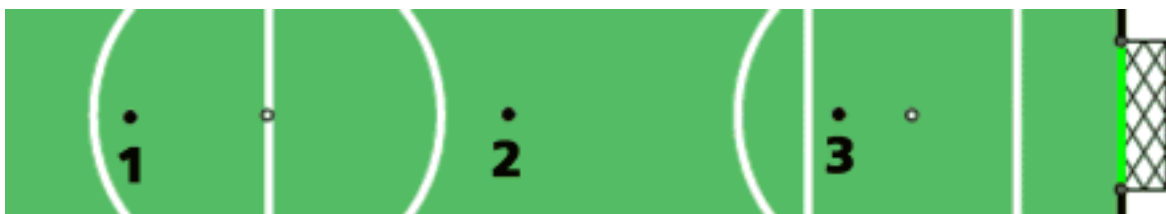
Claro que um jogador qualquer, colocado um metro à frente do meio de uma baliza sem guarda-redes, consegue meter golo. Mas isso já não é tão garantido se estiver a 60 metros...

Para remates de longe, o golo só será *certo* para jogadores com boa pontaria.

No que se segue, vais ver o que aconteceria com os jogadores A e B. Podes servir-te de umas cunhas em papel (e em acetato) para encontrares as respostas.

a. Remates de frente

Imagina que cada um dos jogadores A, B remata ao meio da baliza (sem guarda-redes), de cada um dos pontos 1, 2 ou 3 (ao todo 6 remates).



i) Indica (na ficha anexa) os casos em que, de certeza, se pode afirmar que será metido um golo.

ii) Nos outros casos, o que é que se pode afirmar antes de o jogador rematar?

iii) Marca os pontos mais afastados de onde os jogadores A e B podem estar certos de meter golo.

b. Remates laterais

Imagina agora que cada um dos jogadores A, B remata à baliza (sem guarda-redes) de cada um dos pontos 1, 2 ou 3 (ao todo 6 remates).



- i) Indica (na ficha anexa) os casos em que, de certeza, se pode afirmar que será metido um golo.
- ii) Quando A remata de 1, que se pode afirmar antes do remate?
 Que não marcará golo?
 Que tanto pode marcar como não marcar?

1.3. Alvo óptimo

- a) Na figura anterior, o jogador B, quando está em 3, deve apontar ao meio da baliza?
- b) Se o fizer, pode estar certo de meter golo? Usa um dos acetatos em cunha, para estudares o problema.
- c) Quando é que se deve apontar exactamente ao meio da baliza?

1.4 Uso dos modelos em computador do campo de futebol

Para já, usa apenas os programas *remate* e *treino*.

a) Remate - instruções

No monitor do teu computador encontra-se um campo de futebol com uma baliza, um jogador e um ponto que te permite escolher a direcção da bola. Arrastando este ponto com o rato, procura dirigir o segmento na direcção da baliza. Depois carrega em remate. Meteste golo? Se estiveres atento, verás uma das duas mensagens "golo" ou "falhou". Depois de essa mensagem desaparecer, carrega novamente em *remate* para preparar o próximo. Depois carrega novamente em *remate* para outra tentativa.

Quando rematas numa direcção, a bola em geral não segue na direcção que escolheste, mas sim numa outra, próxima daquela. Deslocando o ponto vermelho, podes escolher o erro máximo de pontaria. Para veres o ângulo máximo de erro, carrega em "ver erro".

Treina a tua pontaria e faz vários testes, variando a posição do jogador, a margem de erro e a direcção escolhida. Quando é que há "golo certo"?

b) Treino – instruções

Neste programa tens tudo que havia no outro, mais dois quadros. Quando clicas duas vezes no

quadro mais pequeno, é acrescentada uma linha com duas indicações:

- o erro que fizeste na pontaria e
- a indicação se foi ou não metido golo (fica um espaço em branco quando não houve golo)

Quando clicas duas vezes no quadro grande, são registados o erro máximo, a posição do jogador e o ponto para onde se deve rematar.

2. Zona de golo certo

Imagina que conheces o ângulo de erro máximo do jogador A. Já viste atrás que então podes descobrir se, de um dado ponto do campo, é ou não certo que A marque golo. O que agora vais fazer é desenhar a região formada por todos os pontos de onde ele certamente marca golo!

2.1. Uso dos modelos (em madeira) do campo de futebol

Tens um modelo de um campo de futebol inteiro e outro só de uma parte do campo. E tens também várias cunhas em plástico, que representam os ângulos de erro máximo de três jogadores de níveis diferentes. Chamaremos *ponta da cunha* ao vértice do ângulo mais pequeno da cunha.

Descobre de que forma deves pôr a cunha no campo, para que o jogador colocado na ponta da cunha esteja certo de marcar golo.

Estende uma folha de papel vegetal sobre o campo, a partir da baliza. Depois volta a pôr a cunha e vai-a deslocando, por forma que de cada posição da ponta o golo seja sempre certo.

Vai marcando no vegetal com o lápis, de cada vez, a posição da ponta da cunha. No final, obténs um desenho com muitos pontos da região de onde é certo o jogador marcar golo.

Compara a zona que obtiveste com a de um teu colega que não tenha usado uma cunha igual.

2.2 Uso do modelo em computador do campo de futebol «Cunha»

Clica com o rato na ponta da cunha e vai-a deslocando por todos os pontos possíveis. Vão sendo marcados pontos que estão numa região à volta da baliza: é a região de onde marcará certamente um golo o jogador que tenha um ângulo máximo de erro igual ao daquela cunha.

Parece-te que é um jogador com boa ou má pontaria?

Para apagar os pontos marcados e poderes recomeçar, carrega simultaneamente nas teclas Ctrl e B.

3. Melhor ocasião para rematar

Supondo que um jogador vai a correr paralelamente à linha lateral, haverá um momento óptimo para rematar à baliza?

3.1. Uso do modelo em computador do campo de futebol «Corrida»

- Clica no botão **Início**,
- depois no botão **corrida do jogador**,
- escolhe a direcção de remate com o ponto M e.
- em seguida clica no botão **remate**.

Repete várias vezes estas jogadas, tentando descobrir quais são as melhores posições de remate.

3.2. Uso dos modelos (em madeira) do campo de futebol

Começa por voltar a pôr no campo de futebol uma folha de papel vegetal onde a zona de ângulo certo para um dado jogador já foi desenhada. Depois estica um fio (amarrado aos pregos), de forma que ele fique paralelo à linha lateral e ao mesmo tempo fique tangente àquela zona que foi marcada no papel vegetal. Para aquele jogador correndo ao longo da linha indicada pelo fio, quantos pontos há de golo certo? Quando é que ele deve rematar?

3.3. Uso do modelo em computador do campo de futebol «Melhor ponto de remate»

- Move o ponto V, para escolheres a linha de corrida (fora da baliza!)
- Clica no botão «Corrida para o ponto óptimo de remate», para veres onde o jogador se vai colocar.
- Clica no botão «Início» para o jogador voltar à posição inicial

4. Alguma matemática da bola de futebol

Pega num bocado de plástico (ou de papel branco) e desenha a preto uma linha bem direita, pintando, também de preto, o que está de um dos lados da linha. Com a ajuda da mão, encosta este desenho à abertura pequena do mini-caleidoscópio curvo, por forma a *veres* uma bola de futebol. Observa atentamente o mini-caleidoscópio e a forma como a bola de futebol foi conseguida. Em particular, descobre a que bocado da bola representada na figura abaixo corresponde o bocado de desenho que usaste no mini-caleidoscópio.



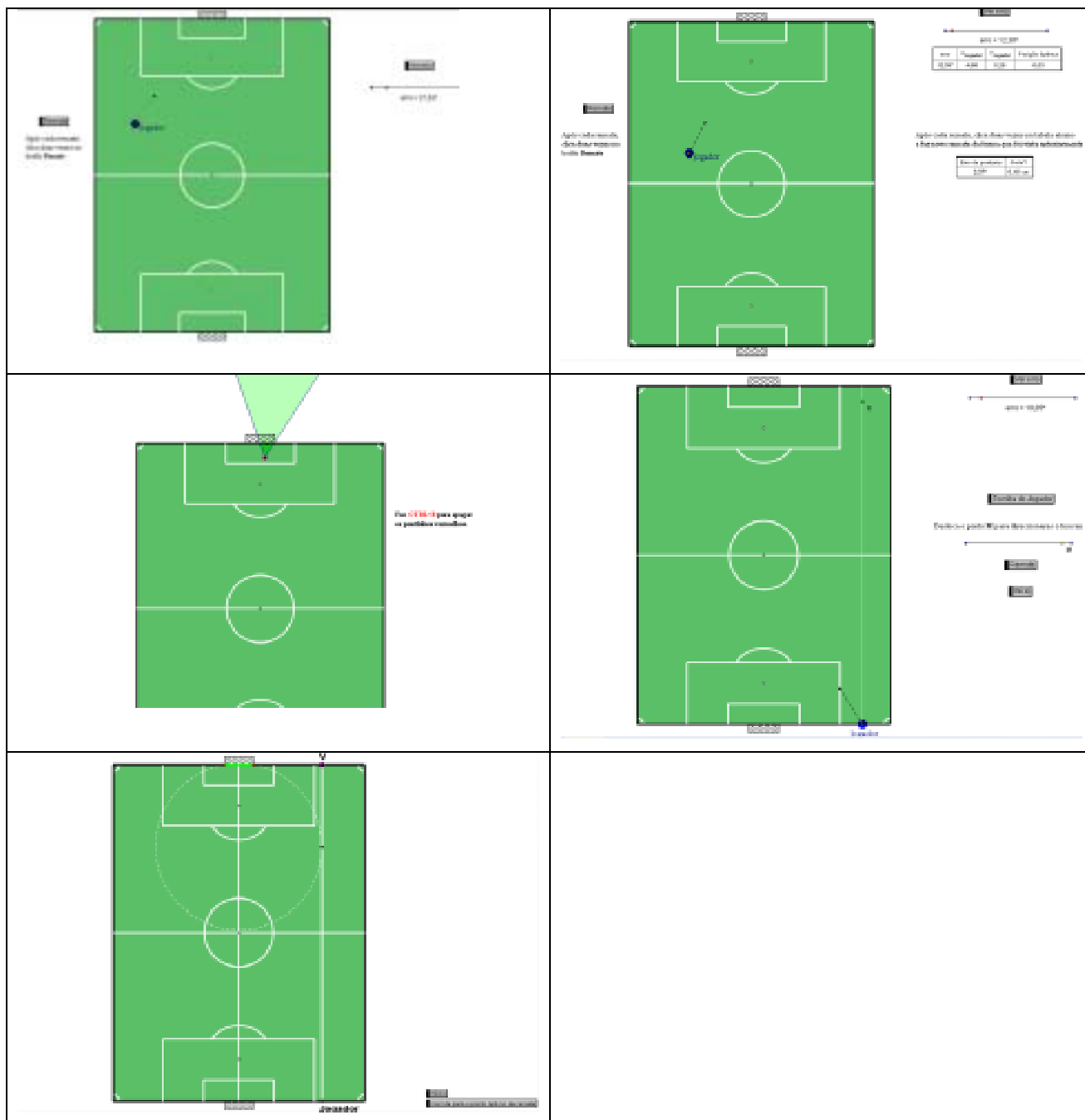
Elaborado pelo Atractor para a Universidade Júnior (Universidade do Porto)

4 de Julho de 2005

<http://www.atractor.pt>

Apêndice

Seguem-se algumas imagens de um programa interactivo (com o *sketchpad*), que foi desenvolvido especialmente para ser usado nesta actividade:



Elaborado pelo Atractor para a Universidade Júnior (Universidade do Porto)

Folha acrescentada em 13/12/05

<http://www.atractor.pt>